

Reconstruction à base d'un modèle éléments finis de la pression d'un impact se produisant sur une structure élastique quelconque

A. EL-BAKARI^a, A. KHAMLI^a, E. JACQUELIN^b

a. Systems of Communications and Detection Laboratory, Faculty of Sciences, Tetouan, Morocco, ab_elbakari@yahoo.fr, khamlichi7@yahoo.es

b. Université de Lyon, F-69622, Lyon ; IFSTTAR, LBMC, UMR_T9406, Bron ; Université Lyon 1, Villeurbanne, France, eric.jacquelin@univ-lyon1.fr

Résumé:

Dans ce travail une technique basée sur la formulation du problème inverse pour reconstruire la pression générée par un impact non ponctuel est envisagée. Considérant le cas d'une structure composite complexe formée de deux plaques de dimension différents, l'identification des caractéristiques de l'impact est réalisée grâce à la mise en œuvre d'un modèle éléments finis de la structure. Dans cette étude, nous focalisons l'attention sur l'aspect robustesse de la méthode d'inversion, et nous étudions la sensibilité de la méthode numérique par rapport à la troncature modale et à l'échantillonnage de la FRT. Nous discuterons aussi le problème de la qualité de la reconstruction en fonction du type de réponse utilisée. Les résultats obtenus ont montré qu'un seul mode suffit pour reconstruire le signal d'impact.

Abstract:

In this work, a technique based on inverse problem formulation to reconstruct the pressure generated by a non-punctual impact is investigated. Considering the case of a complex composite structure formed of a two different size plates, identification of impact characteristics was performed through implementing a finite element model of the structure. Focus was done on robustness of the inversion method and we study the sensitivity of the numerical method compared to the modal truncation and sampling of the FRT. We will also discuss the problem of the quality of the reconstruction according to the used type of response. It was found that only one mode is sufficient to reconstruct the impact signal.

Mots clefs : Problème inverse, reconstruction du signal d'impact, Méthode des éléments finis, Troncature modale, Régularisation

1 Introduction

La mesure directe de la force développée durant un impact n'est pas possible, en particulier parce que le projectile est quelconque et la zone d'impact n'est pas connue a priori, à noter aussi que la mesure peut être de caractère intrusif et qu'elle est délicate à effectuer dans le cas d'une force répartie. En revanche, la mesure d'une réponse vibratoire en un point de la structure de type accélération, déplacement ou déformation peut facilement être réalisée. C'est la raison pour laquelle les méthodes indirectes à base de résolution de problème inverse sont les seules viables pour identifier les caractéristiques d'un impact.

La résolution du problème inverse nécessite la connaissance d'un modèle de la structure permettant de prédire sa réponse en un point de mesure sous l'effet d'un impact arbitraire. Il est parfaitement possible de construire un modèle de représentation pour une structure élastique linéaire quelconque en utilisant par exemple une démarche purement expérimentale s'appuyant sur le concept de la convolution aveugle. Cependant le coût associé à cette approche constitue un obstacle qui limite son usage.

Le recours est donc fait à la simulation numérique de la réponse structurale. Identifier les caractéristiques de la force générée par un impact en utilisant la simulation numérique a permis de réduire considérablement l'effort important qui caractérise les approches expérimentales [1,2]. L'identification des caractéristiques d'un impact se produisant sur une structure élastique linéaire a été réalisée par utilisation de divers modèles structuraux [3-5]. Parmi les différentes approches qui existent dans ce domaine, la méthode des éléments finis tient une place de choix de part sa versatilité et grâce à son accessibilité aujourd'hui avec un des coûts qui restent très abordables.

La méthode des éléments finis permet de construire un modèle modal ou bien dynamique transitoire dynamique [6]. Le modèle modal peut être utilisé pour déterminer la Fonction de Réponse Fréquentielle FRF et cette dernière peut être inversée par transformation de Fourier inverse afin d'obtenir la Fonction de Réponse Temporelle FRT. De manière similaire, le modèle dynamique transitoire peut être exploité pour générer les FRT servant à la déconvolution aveugle.

Les FRT permettent ensuite de calculer par discrétisation temporelle la matrice de Toeplitz du problème direct.

Nous appliquons dans ce travail cette démarche à une structure composite de type plaque. Elle sera excitée par une impulsion de pression appliquée sur un domaine rectangulaire donné. Le déplacement selon la direction transversale de la plaque en un point de celle-ci sera calculé de deux façons différentes en utilisant respectivement un modèle modal et un modèle dynamique transitoire. Ce déplacement servira à simuler la réponse mesurée et permettra de poser le problème inverse associé à la reconstruction de la pression d'impact.

Nous allons rendre compte dans la suite d'étudier de la sensibilité de la méthode numérique par rapport à la troncature modale et à l'échantillonnage de la FRT. Nous discuterons enfin le problème de la qualité de la reconstruction en fonction du type de réponse utilisée. Concernant ce dernier point, il n'est pas recommandé en effet d'utiliser le même modèle pour simuler la réponse directe et pour représenter le système par la matrice de Toeplitz apparaissant dans la convolution discrète.

2 Formulation du problème direct

Nous considérons une structure composée de deux plaques assemblées où chaque plaque est formée d'un matériau élastique linéaire homogène et isotrope. Les deux plaques admettent la même épaisseur. Le domaine géométrique de la plaque composite, représentée dans la figure 1, montre les deux rectangles de dimensions dissemblables qui représentent chacun une plaque parmi les deux plaques assemblées qui forment la structure. La plaque est encastrée sur le bord $x = 0$ et libre sur tous les autres bords.

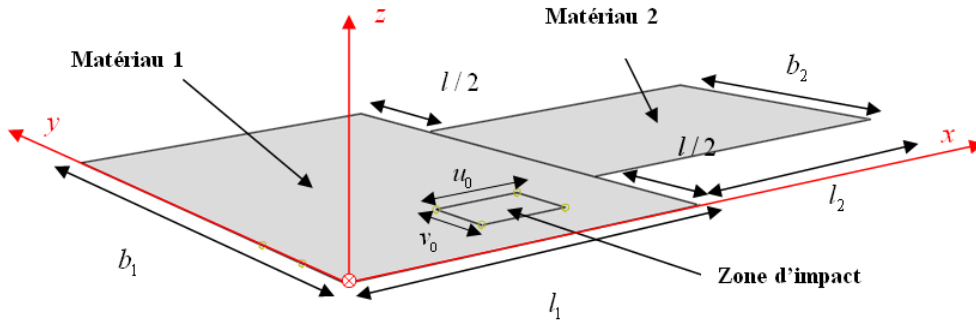


Figure 1 : Géométrie de la plaque considérée, c'est un composite constitué de deux couches élastiques linéaires homogènes et isotropes, la pression est appliquée sur la zone d'impact

La force d'impact considérée est supposée résulter d'une pression en forme de pulse uniformément répartie sur la zone d'impact. Cette pression notée $p(t)$ avec t qui désigne le temps est appliquée sur une zone ayant une forme rectangulaire qui est centrée sur le point de coordonnées (x_0, y_0) et dont les dimensions sont (u_0, v_0) . La réponse dynamique en termes du déplacement transversale suivant la direction z est considérée en un point dont les coordonnées sont désignées par (x_1, y_1) .

En considérant un intervalle de temps de durée T_c , qui est échantillonné par la donnée de N , le pas d'échantillonnage s'écrit sous la forme $\Delta t = T_c / (N - 1)$, la réponse discrète $y(k)$ pour tout instant $k = 1, \dots, N$ s'exprime en fonction de la pression d'entrée discrète $p(k)$ sous la forme du produit de convolution discret défini par l'équation (1)

$$y(k) = \sum_{j=1}^k h(j) p(k-j) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

La fonction $h(k)$ qui apparaît dans cette équation est la fonction de réponse impulsionnelle discrète du système linéaire.

Cela conduit à un système algébrique dans le domaine temporel qui prend la forme suivante

$$Y = HP \quad (2)$$

La construction de la matrice H est conduite par l'intermédiaire d'un modèle éléments finis de la structure composite. En notant i le degré de liberté qui correspond au déplacement transversal sensé être mesuré et j un degré de liberté transversal quelconque mais associé à un nœud de discrétisation pris arbitrairement dans la zone d'impact, la FRF reliant une pression unitaire agissant sur la zone d'impact au déplacement i s'écrit sous la forme

$$F_{ip}(\omega) = \sum_{j=1}^{N_{\text{impact}}} F_{ij}(\omega) \quad (3)$$

avec

$$F_{ij}(\omega) = \sum_{k=1}^{N_{\text{modes}}} \frac{\Phi_{ik} \Phi_{jk}}{\omega^2 - \omega_k^2 + 2i\beta_k \omega_k \omega} \quad (4)$$

où N_{impact} est le nombre total de degrés de liberté de déplacement normal appartenant à la zone d'impact, N_{modes} le nombre de modes retenus après troncature modale, ω la pulsation pour laquelle la réponse est considérée, Φ_{ik} est la i ème composante du k ème mode propre normalisé par rapport à la masse, ω_k la pulsation propre du k ème mode et β_k l'amortissement modal du mode associé au mode numéro k .

La matrice H est générée à partir du vecteur discret h . La commande de Matlab qui permet de la calculer s'écrit sous la forme

$$H_{ip} = \text{tril}(\text{toeplitz}(h_{ip})) \quad (5)$$

La matrice H dépend du modèle éléments finis utilisé, de l'ordre de troncature modale N_{modes} et du pas d'échantillonnage de la FRT noté Δf .

Une fois le système de Toeplitz est obtenu, l'inversion de l'équation (2) peut être considérée pour résoudre le problème inverse permettant de reconstruire le signal de pression. Vu que la matrice H est mal conditionnée en général, son inversion doit être régularisée. Nous utilisons la technique de régularisation à base de la décomposition généralisée en valeurs singulières suivie d'un filtre par troncature [7].

En utilisant les équations (3) et (4), on peut calculer la FRF entre la zone d'impact et n'importe quel point de mesure choisi sur la structure. Il est important de remarquer que l'expression des termes qui représentent les participations modales dans la série tronquée du second membre de l'équation (4) s'expriment en fonction de l'amortissement modal β_k . Dans le cadre de cette étude nous supposons que l'amortissement modal β_k est constant pour tous les modes retenus dans le développement avant troncature.

2 Résultats et discussion

La structure de la figure 1 est supposée avoir les dimensions suivantes: une longueur $l = 0.25m$ et une épaisseur $e = 2h$ avec $h = 0.01m$, l'épaisseur est commune aux deux plaques homogènes de la structure. Les deux plaques seront désignées par l'indice 1 pour la plaque à gauche, relativement à l'orientation donnée de l'axe des x , et par l'indice 2 pour la plaque à droite.

La plaque de gauche a une longueur $l_1 = l = 0.25m$ et une largeur $b_1 = 2l = 0.5m$. La plaque de droite a une géométrie carrée pour laquelle les deux dimensions qui apparaissent sur la figure 1 sont égales : $l_2 = l = 0.25m$ et $b_2 = l = 0.25m$.

La structure composée par assemblage des deux plaques précédentes est supposée encastree à son bord gauche $x=0$ et libre sur tous les autres bords. Le matériau dont est constituée la plaque 1 est l'aluminium alors que l'acier est pris pour la plaque 2. Les modules d'Young des matériaux sont $E_1 = 70GPa$ et $E_2 = 210GPa$. Les coefficients de Poisson sont respectivement $\nu_1 = 0.33$ et $\nu_2 = 0.3$, et les masses volumiques sont $\rho_1 = 2700 kg.m^{-3}$ et $\rho_2 = 7800 kg.m^{-3}$.

Nous considérons un impact se produisant sur une zone rectangulaire de la structure pour lequel les caractéristiques de la zone d'impact correspondent à un centre de coordonnées (Figure 2): $s_0 = 0.15625m$ et $r_0 = 0.09375m$ et une étendue qui est donnée par $u_0 = 0.0625m$ et $v_0 = 0.0625m$. Le signal définissant la pression d'impact en forme de demi-sinus est représenté sur l'intervalle $[0, 0.12]s$, sa période correspond à $T = 0.01s$.

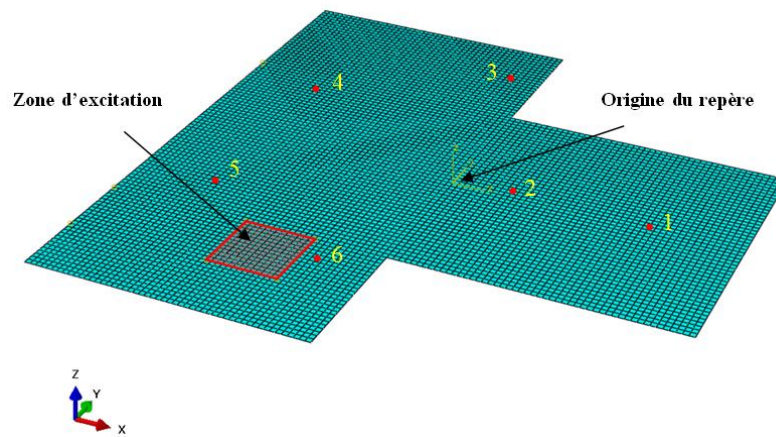


Figure 2: Maillage fin utilisé pour la structure montrant la zone d'excitation (couleur rouge) et les positions des capteurs de mesure du déplacement transversal (selon la direction z)

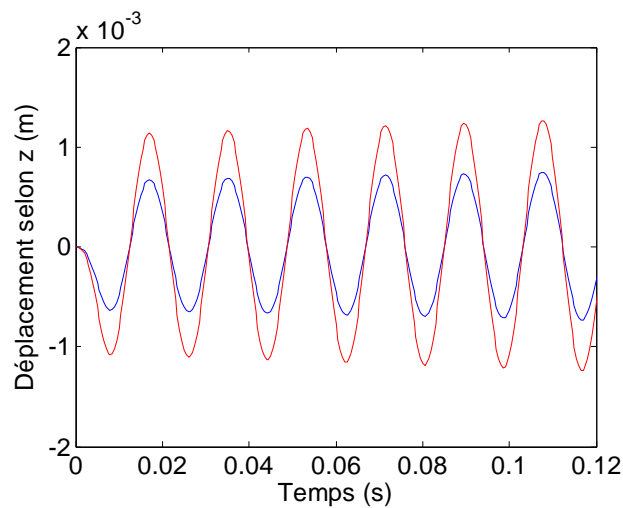


Figure 3: Déplacement suivant z associé aux capteurs 1 et 2 tel qu'il est calculé par le modèle

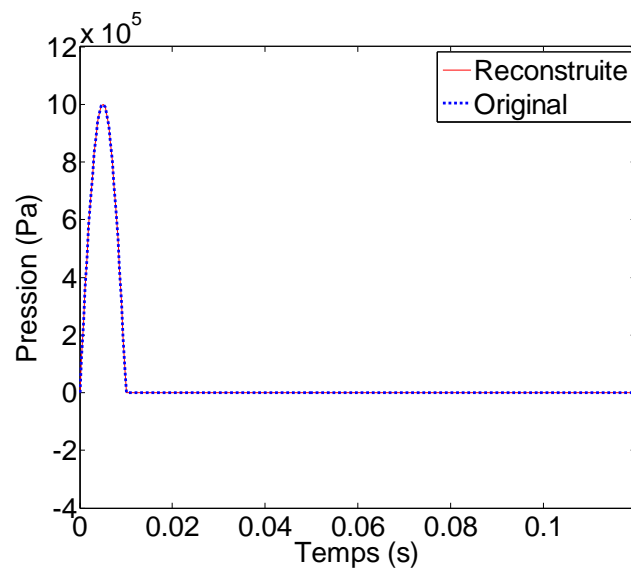


Figure 4: Comparaison du profil de la force reconstruite avec la force d'entrée

La figure 4 présente la superposition du signal reconstruit en rouge pointillés avec le signal de pression appliquée.

Nous avons remarquée d'après ces figures que la convergence a été atteinte dans tous les cas, en particulier on peut se limiter juste à un seul mode pour reconstruire le signal force d'impact (soit le mode 1).

Bien évidemment l'augmentation du nombre de modes augmente la troncature modale, pour illustrer l'effet de l'ordre de la troncature, la section suivante fait l'objet, en utilisant les trois premiers modes. Comme nous avons observées à partir des résultats non présenté ici, les taux d'échantillonnage $N \in \{512, 1024\}$, ont donné à peu près les mêmes résultats. Pour un certain nombre d'échantillonnage utilisé pour le calcul d'IFFT, les tableaux 1 et 2 présentent l'ordre de troncature qui permet la reconstruction parfaite du signal de force pour les deux taux d'échantillonnages $N=512$ et $N=1024$ en fonction du nombre de modes. Il est intéressant de voir ici que l'ordre de troncature peut être trouvé très vite en prenant $k = N - 1$.

On peut remarquer que le taux d'échantillonnage n'a pas un grand effet sur la reconstruction de la pression, même pour une structure complexe.

Références

- [1] M. Tracy, F.K. Chang, Identifying Impacts in Composite Plates with Piezoelectric Strain Sensors. Part 1: Theory, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 9(11) (1998) 920-928
- [2] M. Tracy, F.K. Chang, Identifying Impacts in Composite Plates with Piezoelectric Strain Sensors. Part 2: Experiments, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 9(11) (1998) 929-937
- [3] R. Seydel, F.K. Chang, Impact Identification of Stiffened Composite Panels. 1: System Development, Smart Materials and Structures, 10(2) (2001) 354-369
- [4] R. Seydel, F.K. Chang, Impact Identification of Stiffened Composite Panels. 2: Implementation Studies, Smart Materials and Structures, 10(2) (2001) 370-379
- [5] A. El-Bakari, A. Khamlichi, R. Dkiouak and E. Jacquelin, Assessing impact force localization by using a particle swarm algorithm, Journal of sound and vibration, 333(6)(2014) 1554-1561
- [6] A. El-Bakari, A. Khamlichi, R. Dkiouak, Effect of mesh size and mode truncation on reconstruction of force characteristics for non punctual impacts on composite elastic beams, Advanced Materials Research, 682(2013) 33-40
- [7] P.C. Hansen, Rank-Deficient and Discrete Ill-posed Problems, SIAM, Philadelphia, PA, 1998